

R4.04 Méthodes d'optimisation Examen final

Durée : 1h30 - Documents autorisés

1 Modélisation /6

Un atelier de haute couture fabrique deux types de bretelles A et B de luxe. Les approvisionnements ne permettent pas de produire plus de 1500 paires de bretelles par jour quelque soit leur type. La chaîne de montage n'est utilisable que 15 heures par jour et ne peut pas fabriquer les deux types de bretelles en même temps. Les autres données de gestion sont indiquées dans le tableau suivant:

| Type de bretelles | Prix de vente en par paire | Nombre de paires produites par heure |
|-------------------|----------------------------|--------------------------------------|
| A | 74 | 123 |
| B | 118 | 65 |

On note x et y le nombre d'heures consacrées par jour à la fabrication de A et B respectivement et on suppose vendue toute la production.

1. Modéliser le problème sous forme de programme linéaire. Préciser clairement les variables de décision, la fonction objectif et les contraintes.

2 Modélisation /6

Un commerçant vend des chaussettes sur les marchés. Sa clientèle lui achète des chaussettes de deux types:

- des mi-bas en fil de coton
- des chaussettes en laine

Le goût des clients l'amène à proposer deux types de lots:

- un lot à 107 comprenant 7 paires de chaussettes en coton et 13 paires en laine
- un lot à 61 comprenant 10 paires de chaussettes en coton et 4 paires en laine

Il dispose au total de 200 paires de chaussettes en coton et de 182 paires en laine. Quels lots doit-il présenter pour réaliser une recette maximale ?

1. Modéliser le problème sous forme de programme linéaire. Préciser clairement les variables de décision, la fonction objectif et les contraintes.

3 Modélisation /6

Chaque jour, la CMSG peut faire partir d'une gare des trains rapides et des express.

- Un rapide comporte 2 voitures postales, 2 wagons de 2ème classe, 3 wagons de 1ère classe et 11 wagon(s) couchettes.
- Un express comporte 3 voiture postale(s), 2 wagons de 2ème classe, 1 wagons de 1ère classe et 10 wagon (s) de couchettes.

On dispose chaque jour de 24 voitures postales, 18 wagons de 2ème classe, 19 de 1ère classe et 110 de couchettes.

Un wagon de 2ème classe contient 52 voyageurs ; un wagon de 1ère classe: 42 ; un wagon de couchettes: 36.

Combien de rapides et combien d'express faut-il faire partir chaque jour pour que le nombre de voyageurs transportés soit maximum ?

1. Modéliser le problème sous forme de programme linéaire. Préciser clairement les variables de décision, la fonction objectif et les contraintes.

4 Modélisation /6

Une entreprise utilise pour ses expéditions de marchandises la voie terrestre (exclusivement). Suite à une grève (routier et SNCF), elle se retrouve avec d'importants stocks de produits classiques (83 palettes) et de produits classés matières dangereuses (17 palettes). Elle décide donc d'utiliser temporairement la voie fluviale et la voie aérienne afin d'évacuer la totalité de ses stocks. Elle a pu négocier les conditions suivantes :

- elle peut disposer d'au maximum 7 avions. Chacun d'entre eux peut embarquer jusqu'à 9 palettes classiques et 1 palettes matières dangereuses ;
- elle peut disposer d'au maximum 15 bateaux. Chacun d'entre eux peut embarquer jusqu'à 4 palettes classiques et 1 palettes matières dangereuses .

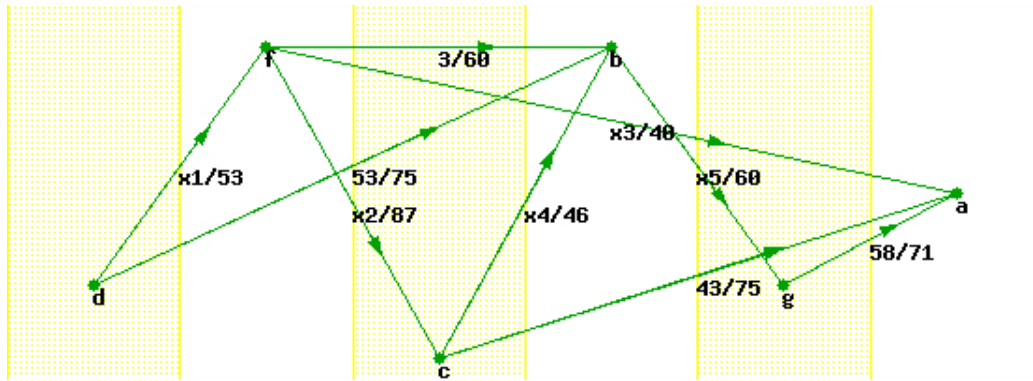
De plus les livraisons se font sur 35 grandes villes. Aussi pour éviter de trop se disperser, l'entreprise souhaite utiliser au plus 35 appareils de transports. On notera x le nombre d'avions utilisés et y le nombre de bateaux utilisés. Le prix de la location d'un avion est 500000 , celui d'un bateau est 150000 . Quelle est la solution permettant un coût minimal et quel est ce coût ?

1. Modéliser le problème sous forme de programme linéaire. Préciser clairement les variables de décision, la fonction objectif et les contraintes.

5 Flots- exercice1 /4

Le dessin suivant représente un flot de d à a de valeur 105,

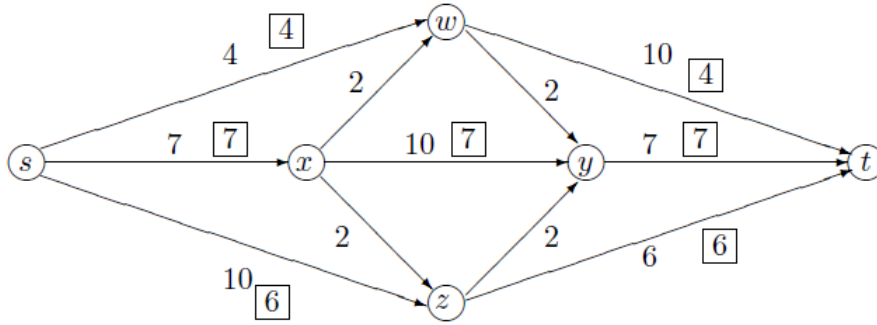
1. calculer la valeur du flot sur tous les arcs
2. le flot de 105 est-il optimal? Justifier



| Arc | (d,f) | (d,b) | (f,c) | (f,b) | (f,a) | (c,b) | (c,a) | (b,g) | (g,a) |
|----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Flot | x_1 | 53 | x_2 | 3 | x_3 | x_4 | 43 | x_5 | 58 |
| Capacité | 53 | 75 | 87 | 60 | 40 | 46 | 75 | 60 | 71 |

6 Flots- exercice2 /4

La figure ci-dessous montre un réseau de flots sur lequel un flot $s-t$ est affiché. La capacité de chaque arc apparaît sous la forme d'une étiquette à côté du bord, et les nombres dans les cases indiquent la quantité de flot envoyée sur chaque arc. (Les arcs sans numéros encadrés n'ont pas de flot envoyé sur eux.) Quelle est la valeur de ce flot ? Est-ce un débit $s-t$ maximum dans ce graphe ? Sinon, trouvez un débit $s-t$ maximum. Expliquer comment vous pouvez vérifier que cette valeur maximum est correcte? Vérifier le.



7 Heuristique /6

Un randonneur désire préparer son sac-à-dos pour une grande randonnée. Il a, à sa disposition, un ensemble I d'objets pour chacun desquels il connaît le poids p_i et l'utilité $u_i, i \in I$. Son sac-à-dos étant limité à un poids maximal P , il doit choisir quels objets emporter afin de maximiser l'utilité de ceux-ci.

1. Modéliser le problème sous forme mathématique. Pour cela, définissez clairement les variables utilisées et donnez la fonction économique à optimiser et les contraintes à respecter.
2. Proposer une heuristique constructive permettant de donner une "bonne" solution au problème du sac à dos.
3. Appliquer cette heuristique sur les données suivantes :

| Objets | 1 | 2 | 3 | 4 |
|--------|----|----|---|----|
| v_i | 7 | 4 | 3 | 3 |
| p_i | 13 | 12 | 8 | 10 |

4. Dans l'optique de développer un algorithme de recherche locale, proposer un système de voisinage pour ce problème.
5. Appliquer quelques itérations d'un algorithme de recherche tabou afin d'améliorer la solution obtenue à la seconde question.