IUT de Belfort - Montbéliard
DUT Informatique 1er année
2008-2009
ALUSTWANI Husam

Arithmétique numérique

Résolution des équations (Méthode de Lagrange)

A l'instar de la méthode de dichotomie, la méthode de Lagrange (appelée aussi méthode de la fausse position ou méthode des parties proportionnelles) permet de trouver une approximation de la solution de l'équation f(x) = 0 sur l'intervalle $[a,b]$ à ε près.

La différence entre les deux méthodes réside dans la façon dont on réduit la longueur de l'intervalle encadrant la solution cherchée. Dans la méthode de Lagrange, on ne coupe pas l'intervalle en deux parts égales à chaque itération.

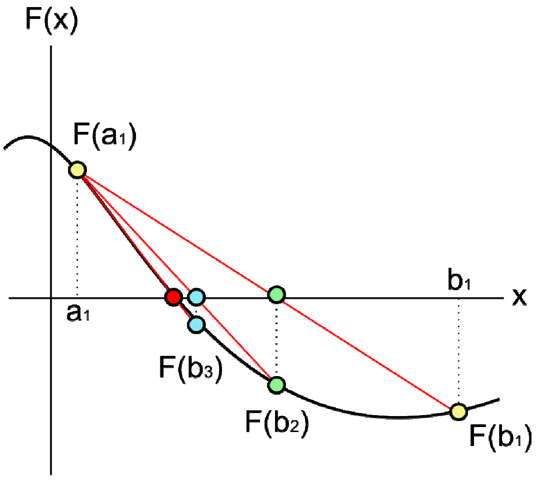
A. Principe de la méthode

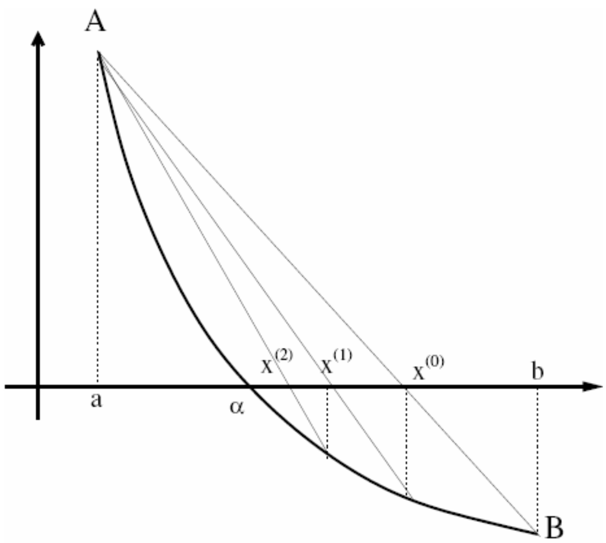
1. *Encadrer la solution cherchée* :
   Comme dans la méthode de dichotomie, on choisit un intervalle contenant la solution cherchée $[a,b]$: $f(a)\cdot f(b) \prec 0$.

2. *Réduire la longueur de l'intervalle contenant la solution cherchée :*
   On choisit $c = \dfrac{a\cdot f(b) - b\cdot f(a)}{f(b)-f(a)}$ et on calcule $f(c)$; c est l'abscisse de l'intersection de la droite passant par $(a, f(a))$ et $(b, f(b))$ avec l'axe des abscisses.

3. *Un des trois cas suivants est possible :*
   a. $f(c)=0$: alors c est la solution. ($|f(c)-0| \prec \varepsilon$)
   b. $f(a)\cdot f(c) \prec 0$: alors la solution est dans l'intervalle $[a,c]$
   c. $f(a)\cdot f(c) \succ 0$: alors la solution est dans l'intervalle $[c,b]$

4. *Recommencer :*
   Nous avons réduit la longueur de l'intervalle contenant la solution recherchée. On itère le processus jusqu'à ce que la longueur de l'intervalle obtenu soit assez petit pour nous donner la solution avec la précision recherchée.

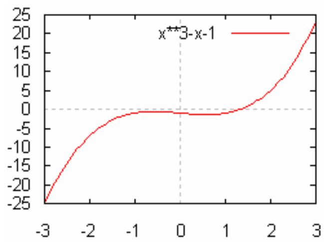




B. Au travail ☺

- Sachant que la solution réelle de l'équation $f(x) = x^3 - x - 1 = 0$ se trouve dans l'intervalle $[1,2]$, calculez (*en utilisant l'algorithme de Lagrange*) pour les précisions suivantes : la solution correspondante et le nombre d'itérations effectuées pour l'obtenir.

Précision ε	La solution correspondant	Le nombre d'itération
10^{-3}	$\pm 10^{-3}$	
10^{-5}	$\pm 10^{-5}$	
10^{-7}	$\pm 10^{-7}$	



- Comparer ces résultats avec ceux obtenus par la méthode de dichotomie (cf. TP-2). Quelle méthode donne l'approximation recherchée le plus rapidement ?

C. Pour en savoir plus

- **http://www.ulb.ac.be/di/map/gbonte/InfoF205.html**
- **http://fr.wikipedia.org/wiki/M%C3%A9thode_de_la_fausse_position**