

Introduction à GLPK et au format LP

Gnu Linear Programming Kit (GLPK) est une bibliothèque libre écrite en C par Andrew Makhorin (Moscow Aviation Institute, Russie) pour la résolution des programmes linéaires et des programmes linéaires à variables mixtes. GLPK est une partie du GNU Project et est distribuée en logiciel libre à sources disponibles (free software, open source), sous la licence publique générale GNU qui permet de la redistribuer ou de la modifier selon les termes publiés par la Free Software Foundation. Vous pouvez accéder à la page dédiée à Glpk sur le site : www.gnu.org/software/glpk/

GLPSOL est l'exécutable de GLPK permettant de résoudre des PL écrits sous format MPS ou LP à l'aide des routines de GLPK. Il est utilisable à l'aide de l'invite de commande. Pour exécuter la résolution du programme linéaire écrit dans le fichier programme.lp, il faut taper sous unix la commande :

```
glpsol -- cpxlp programme.lp -o solution
```

La solution du problème est sauvegardée dans le fichier "solution".

Introduction au format LP

a) Les variables :

- Le nom d'une variable commence par une lettre.
- Le nom d'une variable ne peut commencer par un nombre ou un point.
- Eviter l'utilisation d'accents.
- Dans chaque ligne, chaque variable doit apparaître une seule fois.
- Eviter de commencer par la lettre e ou E car cela peut référer à l'exponentielle;

b) La fonction objectif :

- L'écriture d'un PL au format LP doit commencer par MINIMIZE ou MAXIMIZE, MINIMUM ou MAXIMUM, ou les abréviations MIN ou MAX. On écrit ensuite la fonction objectif. On peut spécifier un nom « nom_objectif » pour la fonction objectif en insérant « nom_objectif : » entre le mot clé et l'expression de la fonction objectif. Exemple :

```
Minimize 3 x1 + 4 x2
```

ou bien

```
Minimize couts: 500 x1 + 200 x2
```

c) Les contraintes :

- Le paragraphe des contraintes commence par le mot Subject to
- Le sens des contraintes et le membre droit doivent être indiqués. Le membre droit ne doit pas contenir de variables. Les indicateurs de sens sont <, <=, =<, >, >=, =>, et = .

Exemple:

Subject to

$$x_1 + 2x_2 \leq 30$$

$$\text{temps: } x_1 + x_2 \leq 10$$

- Dans chaque contrainte, aucune constante ne doit apparaître dans le membre gauche et aucune variable ne doit apparaître dans le membre droit.

d) Bornes sur les variables :

- Une section Bounds peut être ajoutée après le paragraphe des contraintes pour spécifier des bornes pour les variables. Pour cela :

- ajouter le mot clé Bounds après le paragraphe des contraintes;
- spécifier la borne inférieure et la borne supérieure pour chaque variable bornée;
- Une seule variable est bornée par ligne;

Exemple:

Bounds

$$3 \leq x \leq 5$$

- Les variables sont par défaut des réels positifs ou nuls;

e) Types de variables :

- Pour dire qu'une variable x est quelconque faire: x

free

- Si cela est nécessaire, on spécifie les variables entières après la section Bounds (si elle existe) en introduisant le mot Generals pour les variables entières ou Binaries pour les variables binaires. Après cela, les variables entières sont introduites séparées par au moins un espace ou un saut de ligne. Exemple:

Generals

$$x_1 \ x_2$$

ou bien

Binaries

$$x_1 \ x_2$$

f) Autres règles :

- Pour introduire un commentaire, introduire un « \ » suivi du commentaire
- Le fichier doit se terminer par le mot End

g) Exemple de programme linéaire écrit au format LP:

Maximize

$$\text{obj: } x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4$$

Subject To

$$\text{c1: } -x_1 + x_2 + x_3 + 10x_4 \leq 20$$

$$\text{c2: } x_1 - 3x_2 + x_3 \leq 30$$

$$\text{c3: } x_2 - 3.5x_4 = 0$$

Bounds

$$0 \leq x_1 \leq 40$$

$$2 \leq x_4 \leq 3$$

Generals

x4

End

Interprétation du fichier solution

Les premières lignes du fichier "solution" sont :

Problem:

Rows: 4

Columns: 4

Non-zeros: 8

Status: OPTIMAL

Objective: obj = 4 (MAXimum)

Rows désigne le nombre de contraintes

Columns désigne le nombre de variables

Non-Zeros désigne le nombre de coefficients non nuls dans la matrice des contraintes

Status indique si une solution optimale a été trouvée

Objective donne la valeur de la fonction objectif à l'optimalité

Le fichier "solution" contient deux tableaux dont voici l'interprétation des colonnes.

Pour la solution

no numero de la variable

column name : nom de la variable

St : statut (en base B, hors base HB)

Activity : valeur prise par la variable

Lower Bound : borne inférieure de la variable 0

Upper Bound : borne supérieure (non précisée)

Marginal : si une variable x_i entre en base, la fonction objectif varie de $\text{marginal} * x_i$.

Pour les contraintes

no numero de la contrainte

row name : nom de la contrainte

St : statut (B : contrainte non saturée-lâche, NU : contrainte saturée)

Activity : valeur du membre de gauche de l'inégalité

Lower bound : borne inférieure,

Upper bound : borne supérieure, si \leq , valeur du second membre de l'inégalité

Marginal : c'est nul pour les contraintes lâches, sinon si on augmente le second membre b_i d'une contrainte saturée i d'une quantité t_i , alors la fonction objectif varie de $t_i * \text{marginal}$.

Exercice

Résoudre ce programme linéaire à l'aide du solveur

Maximize $x_1 + x_2 + x_3 + x_4$

Subject To

$$x_2 + x_3 + x_4 \leq 6.0$$

$$x_1 + x_2 \leq 3.0$$

$$x_3 \leq 2.0$$

$$x_1 + x_4 \leq 6.0$$