

Examen Probabilités et Statistiques - S3 - 2020

Les calculatrices, ordinateurs, PDA, téléphones,... sont interdits.

Les exercices peuvent être traités dans l'ordre de votre choix. La présentation et la rédaction sont des éléments d'appréciation des réponses.

Le sujet comporte deux pages.

Exercice 1 :

- 1) Donner la définition d'une probabilité sur un univers Ω .
- 2) Si k et n sont deux entiers positifs tels que $k \leq n$, comment calculer le nombre d'arrangements de k objets parmi n ?
- 3) Quelle est la définition de deux événements indépendants ?
- 4) Donner la définition d'une partition de l'univers Ω par des événements A_1, A_2, \dots, A_k .

Exercice 2 :

On considère un univers Ω constitué de sportifs et les événements suivants :

- A : *joueur(euse) de foot,*
- B : *joueur(euse) de tennis,*
- C : *joueur(euse) de handball,*
- D : *fille,*
- E : *garçon,*
- F : *droitier(ière),*
- G : *gaucher(ère).*

- 1) Exprimer à l'aide d'opérations sur les ensemble l'évènement : *Un joueur de foot, fille ou garçon, droitier.*
- 2) Même question avec : *Un joueur de foot garçon qui ne joue pas au tennis.*
- 3) Même question avec *Une joueuse de handball gauchère ou un garçon qui joue au tennis.*
- 4) Exprimer par une phrase en français l'évènement : $(D \cap F \cap A) \cup C$.

Exercice 3 :

On lance un dé truqué à six faces. Le tableau ci-dessous donne la loi de probabilité \mathbb{P} pour cette expérience :

Face	1	2	3	4	5	6
Probabilité	0,2	0,15	0,1	0,4	0,05	a

On note E l'évènement : « la face obtenue porte un numéro impair » et F l'évènement : « la face obtenue porte un numéro diviseur de 6 ».

- 1) Que vaut $\mathbb{P}(\{6\})$ pour que \mathbb{P} soit bien une loi de probabilité ?
- 2) Que vaut $\mathbb{P}(\{10\})$?
- 3) Ecrire les événements E et F sous forme d'ensembles.
- 4) Donner $\mathbb{P}(E)$, $\mathbb{P}(F)$ et $\mathbb{P}(E \cap F)$.
- 5) En utilisant les valeurs trouvées à la question précédente, calculer $\mathbb{P}(\overline{E})$ et $\mathbb{P}(E \cup F)$.

Exercice 4 :

La famille Potter comporte 2 enfants ; les événements A : «il y a deux enfants de sexes différents chez les Potter» et B : «la famille Potter a au plus une fille» sont-ils indépendants ?

Même question si la famille Potter comporte 3 enfants.

Généraliser à n enfants.

Exercice 5 :

Une urne contient 15 boules numérotées de 1 à 15. Les boules numérotées de 1 à 5 sont blanches, les boules numérotées de 6 à 15 sont noires.

- 1) On considère ici l'expérience qui consiste à tirer une boule, à la remettre ensuite dans l'urne et après avoir mélangé, à en retirer une deuxième.
 - a. Combien y a-t-il de tirages possibles ?
 - b. Combien de tirages donnent au moins une boule blanche ?
- 2) On considère maintenant l'expérience qui consiste à tirer simultanément cinq boules dans l'urne.
 - a. Combien y a-t-il de tirages possibles ?
 - b. Combien de tirages donnent 2 boules blanches et 3 boules noires ?
- 3) On considère enfin l'expérience qui consiste à tirer successivement 5 boules sans remise.
 - a. En tenant compte de l'ordre, combien y a-t-il de tirages possibles ?
 - b. Combien de tirages donnent 2 boules blanches et 3 boules noires dans un ordre quelconque ?

Exercice 6 :

Une entreprise a équipé chacun de ses employés d'un seul ordinateur. Pour le suivi de ses ordinateurs, l'entreprise fait appel à un même service de maintenance informatique. Pour évaluer ce service, l'entreprise réalise une enquête et dispose ainsi, pour chaque employé, d'une fiche précisant la marque de son ordinateur et son avis sur le service de maintenance. Il y a trois marques d'ordinateurs : Aliet, Balart et Celt.

- 25% des employés ont un ordinateur Aliet,
- 50% des employés ont un ordinateur Balart,
- le reste des employés a un ordinateur Celt.

L'enquête a fourni les résultats suivants : 80% des employés équipés d'un ordinateur Aliet, 90% des employés équipés d'un ordinateur Balart et 75% des employés équipés d'un ordinateur Celt sont satisfaits du service de maintenance.

On note :

- A l'événement : « La fiche choisie est celle d'un employé équipé d'un ordinateur Aliet »,
- B l'événement : « La fiche choisie est celle d'un employé équipé d'un ordinateur Balart »,
- C l'événement : « La fiche choisie est celle d'un employé équipé d'un ordinateur Celt »,
- S l'événement : « La fiche choisie est celle d'un employé satisfait du service de maintenance ».

On choisit au hasard la fiche d'un employé de l'entreprise, chacune ayant la même probabilité d'être choisie.

- 1) Calculer la probabilité que la fiche choisie soit celle d'un employé équipé d'un ordinateur Aliet et satisfait du service de maintenance.
- 2) Calculer la probabilité que la fiche choisie soit celle d'un employé satisfait du service de maintenance.
- 3) Calculer la probabilité que la fiche choisie soit celle d'un employé équipé d'un ordinateur de la marque Celt sachant que cet employé est satisfait du service de maintenance.