

Exercice 1: 4

1) Une variable aléatoire est une application de Ω dans \mathbb{R} (95)

2) $E[X] = \sum_{x} x P(X=x)$ (95)

3) Deux variables aléatoires X et Y sont indépendantes $\Leftrightarrow \forall x, y$ (1)

$$P((X=x) \cap (Y=y)) = P(X=x) \times P(Y=y)$$

4) $X \sim B(m; p) : P(X=k) = C_m^k p^k (1-p)^{m-k}$ (1)

5) $P(X=m) = (1-p)^{m-1} p$ (1)

Exercice 2: 8

1)

X	1	2	3	7
P(X=x)	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$

 $E(X) = \frac{1}{6} + \frac{2}{3} + \frac{3}{3} + \frac{7}{6} = \frac{4}{3} + \frac{2}{3} + \frac{3}{3} = \frac{9}{3} = 3$ (95)

$E(X^2) = \frac{1}{6} + \frac{4}{3} + \frac{9}{3} + \frac{49}{6} = \frac{25}{3} + \frac{13}{3} = \frac{38}{3}$ (95) $\Rightarrow \text{Var}(X) = \frac{38}{3} - \frac{27}{3} = \frac{11}{3}$

$\text{Var}(X) = \frac{11}{3}$ (95)

2) $E(Y) = E(X+X) = E(X) + E(X) = 2 \times 3 = 6$ $E(Y) = 6$ (95)

$\text{Var}(Y) = 2\text{Var}(X) = 2 \times \frac{11}{3} = \frac{22}{3} \Rightarrow \text{Var}(Y) = \frac{22}{3}$ (95)

3)

X	1	2	3	7
P(X=x)	$\frac{1}{36}$	$\frac{8}{36}$	$\frac{16}{36}$	$\frac{11}{36}$

 (95)

	1	2	3	7
1	1	2	3	7
2	2	2	3	7
3	3	3	3	7
7	7	7	7	7

$\frac{1}{6} \times \frac{2}{6} \times 2 + \frac{2}{6} \times \frac{2}{6} \times 3$
 $\frac{1}{36} \times 3 + \frac{2}{36} \times 4$

$E(Z) = \frac{1+16+48+77}{36} = \frac{142}{36} = \frac{71}{18}$ (95) $E(Z^2) = \frac{1+32+144+539}{36} = \frac{716}{36} = \frac{179}{9}$ (95)

$\text{Var}(Z) = \frac{716}{36} - \left(\frac{142}{36}\right)^2 = \frac{1403}{324}$ (95)

4) $E(S) = 3m$ (95)

5) $P(S \geq 4m) \leq \frac{E(X)}{4m} = \frac{3m}{4m} = \frac{3}{4}$ (95)

6) $\text{Var}(S) = \frac{11}{3} m$ (95)

$$7) P(S \geq 4m) = P(S - 3m \geq m) \leq \frac{\frac{11}{3}m}{m^2} = \boxed{\frac{11}{3m}} \textcircled{1}$$

$$8) E(T) = E(X \times X \times X) = E(X) E(X) E(X) = 3^3 = \boxed{27} \textcircled{95}$$

Exercice 3: $\boxed{4,5}$

$$1) X \sim B\left(\frac{1}{10}\right) \textcircled{1}$$

$$2) Y \sim B\left(m; \frac{1}{10}\right) \textcircled{1}$$

$$3) E(Y) = mp = \boxed{\frac{m}{10}} \textcircled{95} \text{ et } \text{Var}(Y) = mp(1-p) = \boxed{\frac{9m}{100}} \textcircled{95}$$

$$4) Z \sim \mathcal{G}\left(\frac{1}{10}\right) \textcircled{1}$$

$$5) E(Z) = \frac{1}{p} = \frac{1}{1/10} = 10 \Rightarrow \boxed{10 \text{ fois}} \textcircled{95}$$

Exercice 4: $\boxed{3,5}$

Université du Nord: 1000 candidats \rightarrow 500 garçons / 500 filles

82% réussite garçons \Rightarrow 410 garçons réussis $\textcircled{1}$

80% réussite filles \Rightarrow 400 filles réussies

Université du Sud: 1000 candidats \rightarrow 800 garçons / 200 filles

56% garçons réussis \Rightarrow 448 garçons réussis $\textcircled{1}$

52% filles réussies \Rightarrow 104 filles réussies

Total pays: Garçons: $\frac{410+448}{1300} = 66\%$ $\textcircled{1}$

Filles: $\frac{400+104}{700} = 72\%$

\Rightarrow Faux $\textcircled{95}$