Rosa, rosa, rosam ...

12 janvier 2017

1 le background

Les figures tracées avec un compas et une règle font le malheur de beaucoup d'élèves de collège qui n'ont aucun sens géométrique. C'est sans doute que l'approche purement mathématique empêche de voir la beauté qu'il y a derrière, celle que les hommes ont imprimée dans leurs oeuvres. Le compas, c'est la source du rond, symbole d'infinité, de renouveau perpétuel, qui de ce fait apparait dans presque tous les édifices religieux. Le compas, c'est un des symboles des architectes, francs-maçons, qui ont toujours recherché la courbe parfaite, celle qui se rapproche du divin, illustrée par les magnifiques rosaces de nos cathédrales.

Il existe une infinité de façons de tracer une rosace mais bien souvent, il suffit de prendre des arcs avec deux ou trois rayons différents pour obtenir un beau résultat. En revanche, le processus de reproduction d'une rosace peut s'avérer fastidieux sans l'aide du langage mathématique. C'est là que réside la beauté de la géométrie et de la trigonométrie : décrire en quelques mots et symboles un processus de création artistique. En plus, quand le dessin est transcrit dans la réalité, elles permettent à l'artisan de prévoir les longueurs et surfaces de matériaux à utiliser.

2 l'énoncé

L'objectif est de faire une fonction qui calcule l'aire d'une partie d'une rosace, comme celle en noir dans la Figure 1, à partir d'une valeur unique nommée r.

Le principe de construction de cette rosace repose sur un découpage en 12 quartiers, tous identiques à une symétrie près. Dans la figure 1, le secteur GAD définit un tel quartier. La rosace est donc de rayon $AG = AD$.

Pour tracer les contours d'un quartier, on a besoin de tracer deux cercles, un petit et un gros, avec les hypothèses suivantes :

- le petit cercle ζ_B est centré en B et de rayon r,
- le gros cercle ζ_E est centré en E et de rayon $k \times r$,
- les deux cercles sont tangents en un point C,
- AG est un segment tangent aux deux cercles, repsectivement aux points F et G, tel que FB et GE soient perpendiculaires à AG.

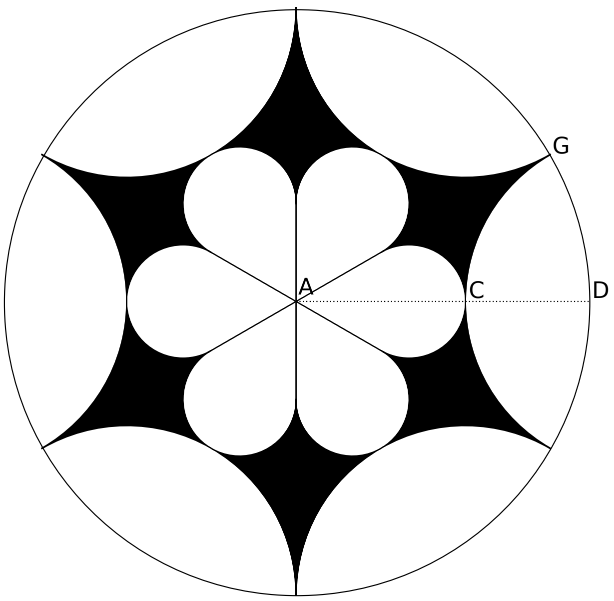

FIGURE 1 – la rosace et l'aire en noir à calculer

Ces hyptohèses sont illustrées par la Figure 2. Si l'on arrive à exprimer l'aire de la zone en noir dans le triangle AEG en fonction de r, alors il suffit de multiplier cette surface par 12 pour répondre à l'énigme.

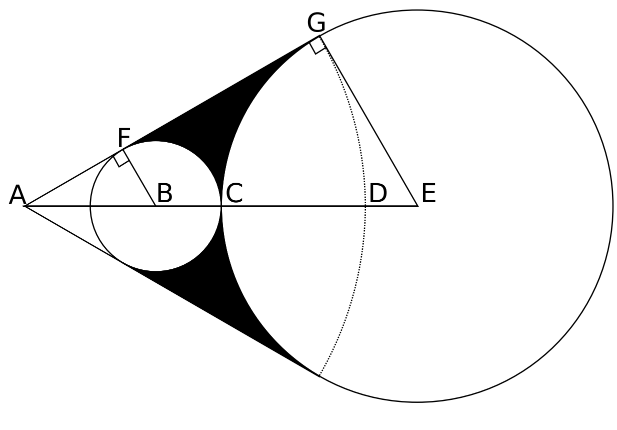

FIGURE 2 – illustration de deux quartiers de la rosace

Pour cela, votre programme doit lire sur l'entrée standard :

1. un entier N représentant le nombre de valeurs de r à traiter.
2. N lignes donnant une valeur de r.

Votre programme doit écrire sur la sortie standard N lignes, la i^{eme} donnant l'aire de la zone en noir dans la rosace pour la i^{eme} valeur de r en entrée.

3 les ressources

Pour vous aider dans la réalisation du programme, vous trouverez sur
`http://cours-info.iut-bm.univ-fcomte.fr`
un article dans la section `hackaton` → `édition 2017`, portant le même titre que l'exercice. Il contient un lien permettant de télécharger un canevas de code, ainsi que le fichier d'entrée donné ci-dessus.

Bien entendu, vous êtes libres d'utiliser ou non ce canevas, mais c'est un gain de temps que de s'en servir comme base.