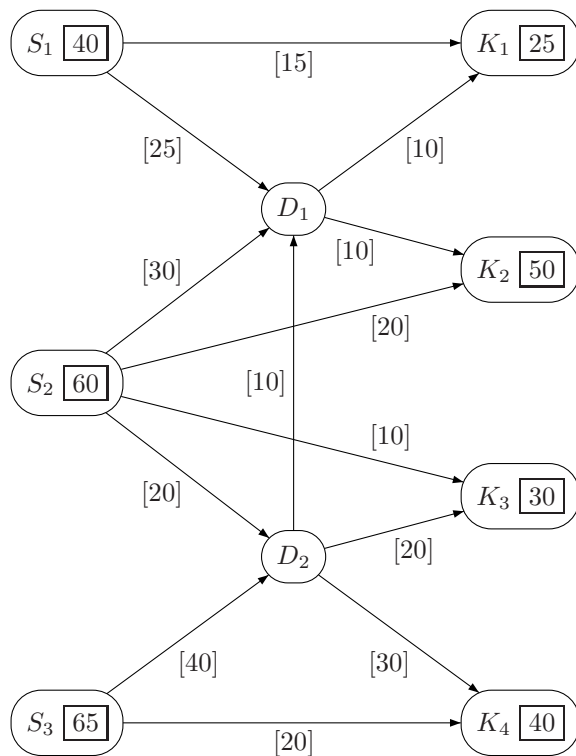


Recherche Opérationnelle

Flots maximaux

1 Exercice 1 : Un problème qui coule de source

Trois sources S_1, S_2 et S_3 jaillissent à flanc de montagne et sont régularisées par trois bassins dont les débits respectifs sont de 40, 60 et $65 m^3$ par jour. Des canalisations ont été aménagées, comme l'indique le croquis topologique de la figure ci-dessous : Elles amènent de l'eau à quatre villages K_1, K_2, K_3 et K_4 soit directement soit en passant par deux points intermédiaires D_1 et D_2 . Les capacités journalières de transport sont mentionnées le long de chacun des arcs représentant les canalisations. Les besoins respectifs des quatre villages sont de 25, 50, 30 et $40 m^3$ par jour. Pouvez-vous les satisfaire? Attention : dans la solution initiale vous ferez passer **OBLIGATOIREMENT** $10 m^3$ /jour sur la canalisation (D_2, D_1) , quitte à modifier ultérieurement cette décision si nécessaire.

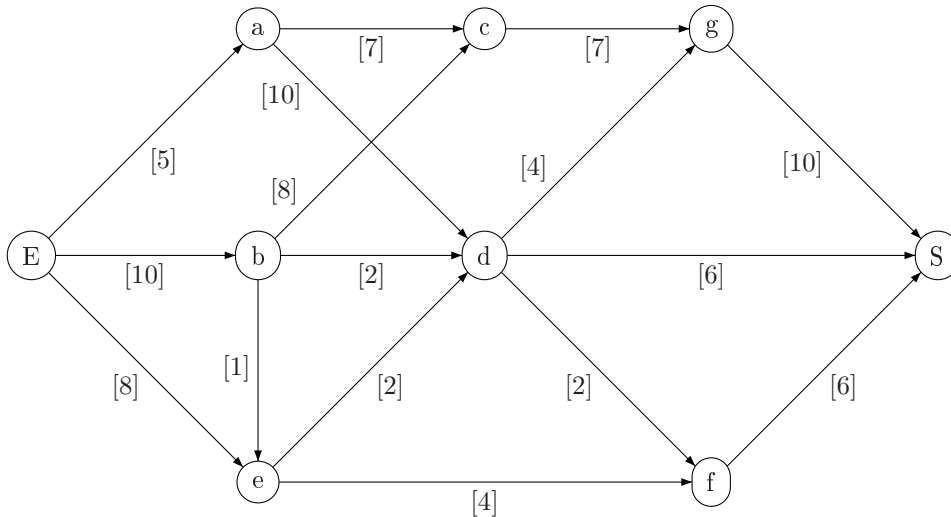


2 Exercice 2 : Capacité d'un réseau routier

2.1 1^{ère} étude

Avant d'établir un projet de construction d'autoroute, on désire étudier la capacité du réseau routier, représenté par le graphe ci-dessous reliant la ville E à la ville S. Pour cela on a évalué le nombre maximal de véhicules que chaque route peut écouler par heure, compte tenu des ralentissements aux traversées des villes et villages, des arrêts aux feux, etc... Ces évaluations sont indiquées en centaines de véhicules par heure sur les arcs du graphe. Les temps de parcours entre villes sont tels que les automobilistes n'emprunteront que les chemins représentés par le graphe.

Quel est le débit horaire total maximal de véhicules susceptibles de s'écouler entre les villes E et S ?



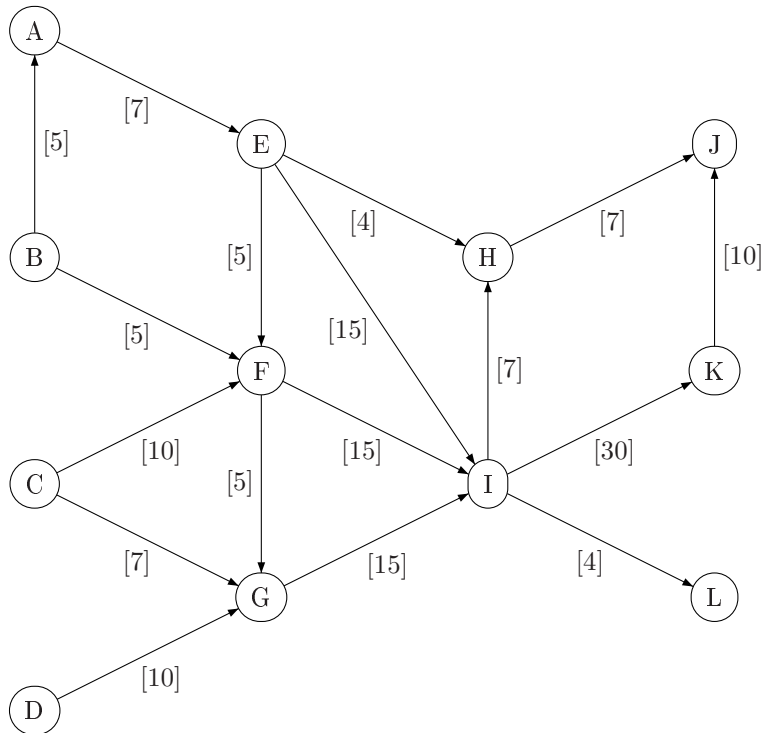
2.2 2^{de} étude :

La connaissance de ce réseau routier peut être complétée par l'évaluation du nombre maximal de véhicules pouvant traverser chacune des villes A, B, ..., G par heure. En effet, un automobiliste se rendant de la ville a à la ville g et empruntant les routes (a, d) et (d, g) doit nécessairement traverser la ville d. Le débit horaire du réseau urbain de cette ville intervient donc dans l'étude du nombre de voiture circulant au maximum dans le réseau routier. Les évaluations des débits maximaux étant donnés (en centaine de véhicules par heure) dans le tableau ci-dessous :

viles	a	b	c	d	e	f	g
débits	6	7	8	6	6	5	9

3 Exercice 3 : Adduction d'eau

Trois villes J, K et L sont alimentées en eau grâce à quatre réserves A, B, C et D (nappes souterraines, châteaux d'eau, usine de traitement ...). Les réserves journalières disponibles sont de 15 milliers de m³ pour A, 10 pour B, 15 pour C et 15 pour D. Le réseau de redistribution comprenant aussi bien des aqueducs romains que des canalisations récentes, peut être schématisé par le graphe ci-dessous (les débits maximaux sont indiqués sur chaque arc en millier de m³ par jour) :



Ces trois villes en pleine évolution désirent améliorer leur réseau d'alimentation afin de satisfaire des besoins futurs plus importants. Une étude a été faite et a permis de déterminer les demandes journalières maximales probables, à savoir, pour la ville J : 15 milliers de m^3 , pour la ville K : 20 et 15 pour la ville L.

1. Déterminer la valeur du flot maximal pouvant passer par le réseau actuel et donner la coupe minimale correspondante.
2. La valeur de ce flot est jugée nettement insuffisante ; aussi le conseil intercommunal décide-t-il de refaire les canalisations (A, E) et (I, L). Déterminer les capacités à prévoir pour ces deux canalisations et la valeur du nouveau flot optimal.
3. Devant l'importance des travaux, le conseil intercommunal décide de ne pas refaire les deux canalisations en même temps. Dans quel ordre doit-on entreprendre leur réfection de façon à augmenter, après chaque tranche de travaux, la valeur du flot optimal passant dans le réseau ?
4. Quelles sont, après chaque tranche de travaux, les valeurs des flots optimaux ?

4 Exercice 4 : L'autoroute des vacances

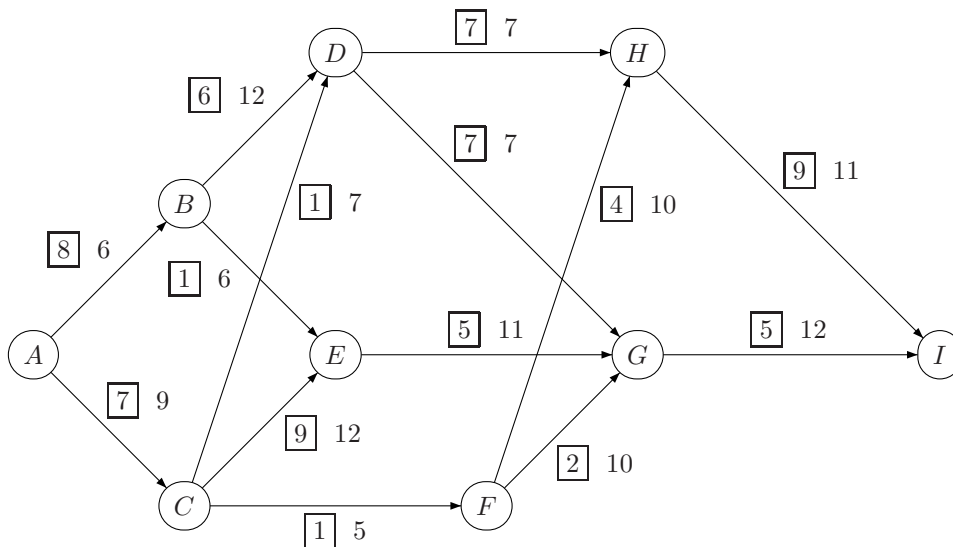
Neuf villes A,B,C,...,I sont reliées entre elles par le réseau routier tracé ci-dessous. Afin d'accroître le trafic routier entre les extrémités du réseau, un projet de construction d'une autoroute est étudié. Le coût des travaux pour chaque tronçon d'autoroute est donné par le nombre non encadré correspondant, sur le graphe.

1. A quel problème d'optimisation connu correspond la recherche du tracé le plus économique ?
 - (a) En utilisant obligatoirement un algorithme de votre choix donnez ce tracé et sa valeur.

2. On a évalué pour chaque route le nombre maximal de véhicules (en centaine) par heure qu'elle peut écouler, compte tenu des ralentissements aux traversées de villes et villages, des arrêts aux feux, aux passages pour piétons, etc ... Ces évaluations sont données par le nombres encadrés sur le graphe.

On suppose que les distances entre les villes sont telles que les automobilistes n'emprunteront les routes que dans le sens indiqué sur le graphe pour éviter des détours trop longs.

- Quel est le débit horaire total maximal de véhicules susceptibles de s'écouler entre les villes A et I? Expliquez quel problème classique vous reconnaissez.
- On décide finalement de construire les 4 tronçons d'autoroutes reliant les villes ACDHI. Sachant que chaque tronçon d'autoroute permettra, dans chaque sens, l'écoulement de 2500 véhicules à l'heure, dans quel ordre y a-t-il intérêt à construire ces tronçons si l'on désire améliorer le trafic d'ensemble le plus vite possible? Quels sont les flots optimaux successivement obtenus après la construction du premier, puis du 2ème tronçon?



ou :

- Nombre encadré : Nombre maximal de véhicule par heure pouvant emprunter la route correspondante en centaine de voitures.
- Nombre non encadré : Coût de construction d'un tronçon d'autoroute reliant les 2 villes correspondantes en centaine de Keuros.